

# प्रिमितीची किम्या

---

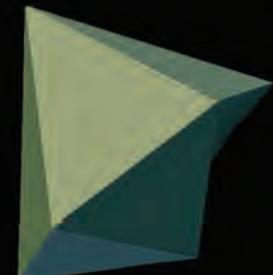
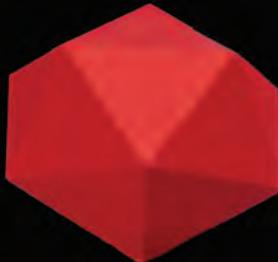
डॉ. ट. वि. नवाथे



भूमितीसारखा महत्त्वपूर्ण विषय आवडता व्हावा अन् कागदावरील  
सोप्या व प्रमाणबद्ध भूमितीय आकृत्यांमधून त्रिमितीतील त्यांचे वेधक  
रूप साकार करण्यातला आनंद मिळावा यासाठी या पुस्तकाची निर्मिती !

४० विविध प्रकारच्या घनरूप वस्तुंच्या द्विमितीतील आकृत्या व  
त्या तयार करण्याची पद्धत मराठी भाषेमध्ये सोप्या शैलीत या पुस्तकात  
दिली आहे. प्रत्येक प्रतिकृतीसाठी लागणाऱ्या कागदाचा आकार,  
आवश्यक पूर्वतयारी, तयार होणाऱ्या प्रतिकृतीचे आकारमान,  
कृतीची काठिण्यपातळी, लागणारा वेळ इत्यादी गोष्टींचे दिलेले तपशील  
हे या पुस्तकाचे अनोखे, उपयोगी वैशिष्ट्य ! हे पुस्तक इंग्रजीमध्येही  
3D Magic या नावाने प्रकाशित झाले आहे.

ज्ञान प्रबोधनीच्या शिक्षणप्रक्रियेत या प्रतिकृतींचा अभ्यासक्रम  
विकसित होत गेला. त्यातील अनुभवांच्या आधारे सर्व वयोगटातील  
व्यक्तींच्या व्यक्तिमत्त्वातील अचूकता, काटेकोरपणा, सुबकता,  
एकाग्रता, नेटकेपणा, चिकाटी, सौंदर्यदृष्टी, नवनिर्मितीक्षमता,  
त्रिमितीय विचार कौशल्य, इत्यादी गुणांचा विकास  
या प्रतिकृतींची निर्मिती करताना होईल असा विश्वास वाटतो.



# त्रिमितीची किमया

(४० भौमितिक प्रतिकृती)

लेखक

डॉ. द. वि. नवाथे

शैक्षणिक उपक्रम संशोधिका

सहावे प्रकाशन

ज्ञान प्रबोधिनी

५१०, सदाशिव पेठ, पुणे ३०.

## त्रिमितीची किमया

(४० भौमितिक प्रतिकृतींच्या आकृत्या व कृती)

प्रकाशक : श्री. वि. शं. देशपांडे  
कार्यवाह, ज्ञान प्रबोधनी, पुणे ३०.

मुद्रक : संपादक, छात्र प्रबोधन, पुणे ३०.

अक्षरजुळणी : छात्र प्रबोधन, ज्ञान प्रबोधनी, पुणे ३०.

मुख्यपृष्ठ व  
अंतर्गत सजावट : श्री. सतीश देशपांडे, पुणे.

आकृत्या : स्वप्ना देशपांडे, पुणे.

प्रतिकृतींचे  
प्रकाशचित्रण : श्री. भरत केतकर, पुणे.

### ◎ सर्व हक्क प्रकाशकाधीन

प्रथम आवृत्ती : राष्ट्रीय सौर चैत्र १०, शके १९२५, ३० एप्रिल २००३ / १००० प्रती

द्वितीय आवृत्ती : राष्ट्रीय सौर आषाढ, शके १९२७, जुलै २००५ / २००० प्रती

तृतीय आवृत्ती : राष्ट्रीय सौर श्रावण, शके १९३६, ऑगस्ट २०१४ / १००० प्रती

किंमत : रु. ८०/-

## प्रस्तावना

कै. वाचस्पती द. वि. तथा दादा नवाथे यांच्या भौमितिक प्रतिकृतींवरील पुस्तकाचे प्रकाशन त्यांच्या निधनानंतर होत आहे. त्यांच्या शिक्षण क्षेत्रातील ६५ वर्षांच्या प्रदीर्घ कारकिर्दीचा समारोप या पुस्तकाने होत आहे. या कारकिर्दीची सुरुवात भूमितीच्या अध्यापनाने गुजराथेत झाली. पुणे, लंडन, नारायणगाव, दिल्ली, केनिया, पुणे, अशी स्थळांतरे आणि अध्यापक, संशोधक, प्रकाशक, प्राचार्य, सल्लागार अशी भूमिकांतरे होत भौमितिक प्रतिकृतींच्या अध्यापनाने त्यांच्या कारकिर्दीचा शेवट झाला.

सुमारे दहा वर्षांपूर्वी १९९२-९३ च्या सुमारास कै. दादांशी सर्वप्रथम भौमितिक प्रतिकृतींविषयी चर्चा झाल्याचे आठवते. ज्ञान प्रबोधिनी प्रशालेत रूढ झालेली प्रकल्प पद्धती इतर शाळांमध्ये रुजायली असेल, तर त्यात काय बदल करायला लागतील, असा विषय चर्चेला होता. नियोजित कालावधीत, नियोजित पद्धतीने, शैक्षणिक अनुभव देणारे काम, जास्तीत जास्त स्वावलंबनाने, उत्तम रीतीने करणे म्हणजे प्रकल्प, अशा व्याख्येच्या साहाय्याने प्रकल्प पद्धती सोपी करून सांगता येईल, असा मुद्दा चर्चेत आला. त्यामध्ये दोन कल्पना सुचल्या. प्रयोगशाळेत एखादा प्रयोग करण्याची कृती दिलेली असते. त्या कृतीमध्ये साहित्य, वेळ, तापमान, इत्यादी घटकांमध्ये विशिष्ट क्रमाने बदल करत जाणे व निरीक्षणांमध्ये होणारे बदल नोंदवणे अशा सर्वसाधारण प्रकल्पाची एक कल्पना. दुसरी कल्पना होती भौमितिक प्रतिकृतींची. ती कै. दादांनीच मांडली.

एखादी घन आकृती मनात आणणे, ती मनातल्या मनात फिरवून सर्व बाजूंनी न्याहाळणे, ती उलगडल्यावर तिचे सर्व पृष्ठभाग एकाच पातळीत कसे दिसतील हे डोळ्यासमोर आणणे, कपडे बेततात तसे घनाकृतीचे सर्व पृष्ठभाग कागदावर बेतणे, कागदावरती आकृत्या काढणे, कापणे, त्या चिकटवून घनाकृती तयार करणे या सर्व कृती म्हणजे एक शैक्षणिक अनुभवच आहे असे कै. दादांनी सांगितले. “त्रिमितीची कल्पना-द्विमितीत आकृती काढणे व कापणे – पुन्हा त्रिमितीत आकार तयार करणे हा एक प्रकारचा अनुवाद आहे. त्यातून अध्ययनाचे ‘Transfer of learning’ होते”, असा त्यांचा मुद्दा होता.

संग्रहात्मक प्रकल्प केल्यानंतर स्थिर किंवा चल प्रतिकृती करण्याच्या आधीचा टप्पा म्हणून ‘भौमितिक प्रतिकृतींच्या प्रकल्पांचा विकास आपण करू या’ असा संकल्प कै. दादांनीच केला. त्याचा अभ्यासक्रम तयार करणे, तो शिकवणे, त्यात सुधारणा करणे, विद्यार्थ्यांमधून नवीन प्रशिक्षक घडवणे ही सर्व कामे कै. दादांनीच गेल्या सात-आठ वर्षांमध्ये केली.

वयाची ऐंशी वर्षे पूर्ण झाल्यावरही एखादा नवीन विषय सुरू करण्याचा त्यांचा उत्साह आणि त्या विषयाशी त्यांची बांधिलकी सर्वानाच एक वस्तुपाठ होता. शिक्षणक्षेत्राशी असलेले त्यांचे अतूट नाते त्यातून व्यक्त होते. एका आदर्श शिक्षकाचे व्यक्तिमत्त्व आणि एका नवीन अध्यापन विषयाचा विकास या पुस्तकातून वाचकांपुढे येईल.

या पुस्तकाचा वापर भूमितीच्या अध्यापनासाठी, विद्यार्थ्यांची कृतिशीलता व अचूकता वाढविण्यासाठी आणि शाळा-शाळांमधून प्रकल्प-पद्धती रुजण्यासाठी व्हावा, हीच अपेक्षा.

गिरीश श्री. बापट  
संचालक, ज्ञान प्रबोधिनी

## लेखकाचे मनोगत

शालेय शिक्षणात गणित ह्या विषयाला बरेच महत्त्व असते. त्या विषयातील भूमिती हा भाग चांगल्या प्रकारे शिकवला गेला तर विद्यार्थ्यांना त्यात रस निर्माण होतो, सुसंगत विचार करण्याची व ते सूत्रबद्ध पद्धतीने मांडण्याची सवय होते व नेमकेपणा वाढण्यास खूप मदत होते, असे अनुभवास आले. भूमितीतील प्रमेयांच्या आकृत्या कागदावर अतिशय प्रमाणबद्ध व सुंदर काढण्याचेही शिक्षण मुलांना आवडते व त्यामुळे प्रत्येक गोष्ट स्पष्ट, प्रमाणबद्ध व सुंदर करण्याची वृत्ती नकळत वाढत जाते.

भौमितिक आकृती कागदावर एकाच मितीमध्ये काढायच्या असतात. पण त्या त्रिमितीत कशा दिसतील व प्रत्यक्ष डोळ्यासमोर तीन मिर्तीमध्ये त्यांचे रूप कसे दिसेल हे पाहिल्यावर ह्या प्रतिकृती करून पाहण्याची आवड निर्माण होते. ही आवड, कला छंद म्हणून जोपासली तर अनेक सुंदर व आकर्षक वस्तू साध्या कागदातून निर्माण होतात व त्या जीवनात मोठा आनंद निर्माण करू शकतात.

ज्ञान प्रबोधनीतील मुला-मुलींना ह्या त्रिमितीतल्या काही सोप्या भौमितिक प्रतिकृती करायला शिकवण्याचे काम मी गेली काही वर्ष करीत आहे. ह्या प्रतिकृती निर्माण करताना, त्याकरिता काढावयाच्या आकृत्या अतिशय काटेकोरपणे मोजमापांत सारख्या असाव्या लागतात. थोडीशी एक मिलिमिटरचीही चूक त्यांत असून चालत नाही. त्या चुकीचा परिणाम प्रतिकृती बेडौल व बेढब बनण्यात होतो. मुख्य म्हणजे ही चूक ज्याची त्यालाच समक्ष दिसते; त्यामुळे ती सुधारणे हे त्याला करावेसे वाटते. चूक सुधारल्यावर घड्या घालून व योग्य प्रकारे चिकटवल्यावर जी प्रतिकृती तयार होते ती करणाऱ्याला व पाहणाऱ्यालाही आनंद देणारी होते. हा छंद अभ्यासास पूरक स्वभावाचा असल्याने तो नववी दहावीच्या मुला मुलींना शिकवण्यास प्रारंभ झाला व ऐच्छिक विषय म्हणून छंद वर्गात त्याचा अंतर्भव झाला.

ह्या प्रकारच्या प्रतिकृती त्रिमितित करण्याची कला ग्रीसमध्ये प्लेटोने सुरु केलेली दिसते. सहा प्रकारच्या प्रतिकृती प्लेटोने तयार केल्याचे सांगतात. त्याचे नंतर त्रिकोण, चौकोन, पंचकोन व षट्कोन ह्यांची वेगवेगळ्या प्रकारे पण symmetrical पद्धतीने जोडणी करून आर्किमिडीज व त्याचे गणितातील विद्यार्थीं यांनी तेरा वेगवेगळ्या प्रतिकृती निर्माण केल्या आहेत असे उल्लेख आहेत.

शाळेतील विद्यार्थ्यांना शिकवताना एक प्रारंभिक प्रतिकृती शिकवून झाल्यावर त्यावरूनच तयार करता येण्याजोग्या पण वेगळ्या रूपांच्या प्रतिकृती करता याव्यात असा उपक्रम केलेला आहे. ह्या प्रकारे आता प्रतिकृतींची संख्या बरीच वाढली आहे. ह्यांपैकी काहींचा उपयोग दिवाळीत आकाशकंदीलासाठी करण्यात आला आहे. छात्र प्रबोधनमध्ये दर दिवाळी अंकात नवीन आकाशकंदीलाची कृती

दिली आहे.

येथील व परगावच्या काही शाळांमधून ह्या विषयाच्या अभ्यासक्रमाबद्दल, शिकवण्याच्या पद्धतीबद्दल चौकशी झाल्याने ह्या प्रकारचे एक पुस्तक करण्याचे मनात आले व त्यानुसार हे पुस्तक तयार करण्यात आले आहे. ह्यांत प्रथम प्रतिकृतींची चित्राकृती दिली असून नंतर त्यातून प्रतिकृती कशी करावी हे समजावले आहे. प्रथम चित्राकृती काढणे. ती आपणाला हव्या त्या मापाप्रमाण नेमकी काटेकोरपणे आखून घेणे. नंतर घड्या पाडायच्या असतील त्या रेषांवर एका बॉथट चाकूने अथवा टाचणीने दाबून घेणे (Scoring) व मग कात्रीने सर्व चित्राकृती कापून वेगळी काढून घेणे हे आवश्यक असते. शेवटी घड्या घालून चिकटपट्ट्या योग्य ठिकाणी चिकटवल्या की प्रतिकृती तयार होते. प्रत्येक घडी धारदार असली, डिंकाचे डाग न पडण्याची काळजी घेतली व  $90^\circ$  चे कोन व्यवस्थित असले तर प्रतिकृती सुबक, डॉलदार व सुंदर होते हा सर्व विद्यार्थ्यांचा अनुभव आहे. आपण अवश्य प्रतिकृती करून पाहा व निर्मितीचा आनंद मिळवा.

ह्या पुस्तकाच्या प्रकाशनांत चित्राकृती काढणे, कृती करून पाहणे, इ. सर्व कामे माझ्या कृतिनिष्ठ देन विद्यार्थींनी – मृदुला गोखले व कल्याणी देव ह्यांनी केली आहेत, त्याबद्दल त्यांना धन्यवाद देत आहे.

एक प्रतिकृती अनेक वेगवेगळ्या पद्धतींनी करता येते, उदा. एक घनाकृती करण्याच्या अनेक पद्धती आहेत. पुस्तकांत फक्त एक पद्धत दिली आहे. ह्यांत कृतिसुलभता आहे व कागदाचीही काटकसर आहे. मुलांना शिकवायला सोपी म्हणून या पद्धतीचा वापर केला आहे. आर्किमिडिज गटाच्या बहुतेक सर्व प्रतिकृती आकाराने गोल होतात. त्यामध्ये त्रिकोण, चौकोन, पंचकोन व षट्कोन ह्यांचाच वापर आहे. हे चिकटवताना चिकटपट्ट्या कोणत्या आकाराला -त्रिकोणाला की चौकोनाला हे ज्याचे त्याने ठरवावे. सर्व बाजूंनी सारखे वाढवत गेल्यास छान गोल आकार येईल. वेगवेगळे आकार वेगवेगळ्या रंगांचे घेतल्यास प्रतिकृतींच्या सादर्यात भर पडेल.

पुस्तकात दिलेल्या प्रतिकृती करत असताना काही नवीन सुचले व ते करून पाहताना एखाद्या नवीन प्रतिकृतीची निर्मिती झाली तर ह्या पुस्तकाचे सार्थक झाल्याचा आनंद मला अनुभवायला मिळेल. इत्यलम् ॥

- दादा नवाथे

## अनुक्रमणिका

- प्रस्तावना
- लेखकाचे मनोगत
- भाग १ – आवश्यक गोष्टींची तोंडओळख
- भाग २ – मूलभूत प्रतिकृती (१५)
- भाग ३ – चेंडू (१०)
- भाग ४ – चांदण्या (११)
- भाग ५ – संकीर्ण (४)
- सूची १ – प्रकारांनुसार प्रतिकृती
- सूची २ – काठिण्यपातळीनुसार प्रतिकृती
- सूची ३ – वेळेनुसार प्रतिकृती